

Exercice 2.1

Coup de béliet

Ce document donne les grandes lignes du corrigé de l'exercice 2.1 de l'ouvrage « Ondes en mécanique des fluides », auteur V. Guinot, Éditions Hermès Sciences.

1. Rappel de l'énoncé

On considère une conduite de section A où la célérité des ondes de pression est notée c . Les conditions initiales sont celles d'un écoulement permanent, avec une vitesse u_0 et une pression p_0 .

Une variation de pression Δp apparaît à l'extrémité gauche de la conduite et se propage vers la droite à la célérité c (Figure 2.22a). Cette variation de pression s'accompagne d'une variation Δu de la vitesse.

1) Montrer que Δu et Δp sont liées par la relation suivante :

$$\Delta p = \rho c \Delta u \quad [2.219]$$

2) Montrer que si l'onde se propage de la droite vers la gauche à la vitesse $-c$ (Figure 2.22b), Δu et Δp sont liées par la relation suivante :

$$\Delta p = -\rho c \Delta u \quad [2.220]$$

Ces relations sont appelées les relations de Joukowski.

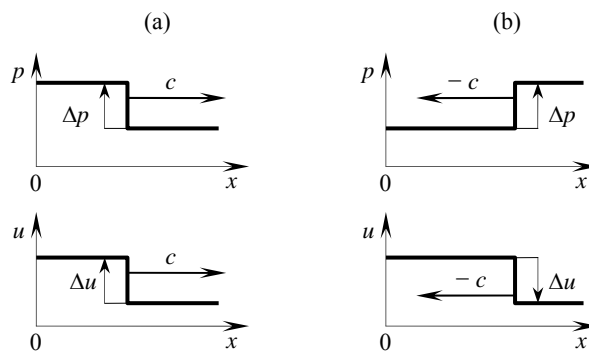


Figure 2.22. Variation de pression se propageant dans une conduite, vers la droite (a) ou vers la gauche (b).

2. Réponses

2.1. Question 1

On utilise les relations caractéristiques [2.82] au travers de la discontinuité en pression. Celle-ci se déplaçant à la vitesse $+c$, il faut utiliser la relation caractéristique le long de l'onde qui la traverse, c'est-à-dire de l'onde qui se déplace à la vitesse $-c$ (Figure 1). Cette caractéristique relie le point A, situé dans la région (p_0, Q_0) , au point B, situé dans la région $(p_0 + \Delta p, Q_0 + \Delta Q)$.

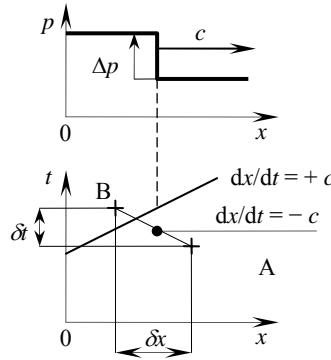


Figure 1. Utilisation des relations caractéristiques au travers d'un saut de pression.

La première relation [2.81] donne :

$$p_0 - \rho c u_0 = p_0 + \Delta p - \rho c (u_0 + \Delta u) + \int_A^B \left(\frac{kc}{A} |u| + \rho g c \sin \theta \right) dt \quad [1]$$

Les points A et B peuvent être rendus aussi proches l'un de l'autre que souhaité, tout en restant de part et d'autre du saut de pression. En les rapprochant infiniment l'un de l'autre, la distance δx et la durée δt qui les séparent deviennent nulles et [1] donne :

$$\Delta p = \rho c \Delta u \quad [2]$$

2.2. Question 2

Il suffit de reproduire le raisonnement ci-dessus en raisonnant par symétrie.