

Exercice 1.5

Transport par convection avec adsorption/désorption

Ce document donne les grandes lignes du corrigé de l'exercice 1.5 de l'ouvrage « Ondes en mécanique des fluides », auteur V. Guinot, Éditions Hermès Sciences.

1. Rappel de l'énoncé

On considère un aquifère de longueur L initialement contaminé par un produit chimique à une concentration initiale C_0 . Ce produit est adsorbé sur le sol selon une loi de Langmuir dont les paramètres sont consignés dans le Tableau 1.6.

Symbole	Signification	Valeur
C_0	Concentration initiale en phase liquide dans l'aquifère	$1,5 \text{ kg.m}^{-3}$
C_L	Concentration massique adsorbée maximale	10^{-4} g.g^{-1}
k_L	Constante de Langmuir	$5 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$
L	Longueur de l'aquifère	200 m
V	Vitesse de Darcy	1 m.j^{-1}
θ	Teneur en eau (porosité) de l'aquifère	0,25
ρ_A	Masse volumique du sol sec	1500 kg.m^{-3}

Tableau 1.6. Paramètres pour le problème 1.6.

A $t = 0$, on injecte de l'eau pure à une vitesse de Darcy V à la limite gauche de l'aquifère ($x = 0$) pour le décontaminer (Figure 1. 28). On considère que l'approximation [1.141] est valide.

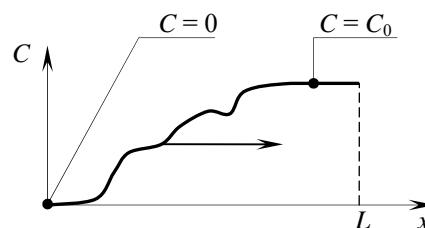


Figure 1.27. Décontamination d'un aquifère par injection d'eau pure.

1) Donner l'expression de la date T_d à laquelle la concentration en soluté commence à baisser à la limite droite de l'aquifère ($x = L$).

2) Donner l'expression du profil de concentration dans l'aquifère à toute date $t > 0$ (on remarquera qu'il est plus facile d'exprimer x en fonction de C que l'inverse).

2. Solution

En préliminaire à l'exercice, on remarquera que la célérité d'onde est une fonction croissante de la concentration. En effet, en supposant que l'approximation [1.141] est valide et en reprenant l'équation [1.125] pour la loi de Langmuir, on obtient :

$$R_F = 1 + \frac{\rho_A C_A}{\theta C_T} = 1 + \frac{\rho_A k_L C_L}{(1 + k_L C_T) \theta} \quad [1]$$

Le facteur retard décroît avec la concentration transportée C_T dans la phase liquide. Ceci est logique car lorsque C_T augmente, les sites d'adsorption du sol se saturent peu à peu. Dans le cas limite (physiquement impossible, mais mathématiquement admissible) où C_T tend vers l'infini, les sites d'adsorption sont complètement occupés par une quantité finie de produit chimique et ne représentent plus qu'une fraction infinitésimale de la masse totale présente dans le système (eau + sol). Par conséquent, le produit en solution ne se fixe plus sur le sol et la concentration est transportée à la vitesse de l'écoulement.

La conséquence immédiate de ceci est que les concentrations élevées se déplacent plus rapidement que les concentrations faibles. Lorsque l'on décontamine un aquifère en y injectant de l'eau où la concentration en produit chimique est plus faible que la concentration initiale, le profil de concentration s'étale car l'arrière du profil (concentration faible) se propage moins rapidement que l'avant du profil (concentration élevée).

2.1. Question 1

La durée T_L au bout de laquelle la concentration commence à diminuer en $x = L$ est donnée par :

$$T_L = \frac{L}{\lambda(C_0)} \quad [2]$$

En reprenant l'approximation [1.141] et l'expression [1] pour le facteur retard, on obtient :

$$T_L = \frac{L\theta}{V} R_F = \left(\theta + \frac{\rho_A k_L C_L}{1 + k_L C_0} \right) \frac{L}{V} \quad [3]$$

ce qui, avec les valeurs numériques du tableau, donne un peu plus de 67 jours (voir la feuille de calcul). A noter que la durée de transit de l'eau pure (obtenue pour un facteur retard de 1) est de 50 jours.

2.2. Question 2

Le profil de concentration dans l'aquifère est plus facilement déterminé en exprimant x en fonction de C . En reprenant l'argumentation de l'exercice 1.4, on obtient l'expression suivante pour le profil de concentration :

$$\left. \begin{array}{ll} x(C) = \lambda(C)t & \text{pour } 0 < C < C_0 \\ C = C_0 & \text{pour } x > \lambda(C_0)t \end{array} \right\} \quad [4]$$

La feuille de calcul <http://vincentguinot.free.fr/ondes/ex15.xls> permet de tracer le profil de concentration dans l'aquifère à différentes dates.