

STE 3 2015/16 - MdF - Examen n°2

Durée: 1h30

Documents et moyens de calcul autorisés: aide-mémoire A4 recto-verso + calculatrice

Barème prévisionnel

Question	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
Points	1,5	1	2	2	0,5	2	2	2	2	2	2,5	3	3	3	1,5

1 Autocuiseur

Un autocuiseur (aussi appelé “cocotte-minute”) permet d’accélérer la cuisson des aliments en chauffant l’eau à une température supérieure à 100°C . Ceci est possible en augmentant la pression à l’intérieur de l’autocuiseur. Celui-ci est constitué d’un corps cylindrique en métal sur lequel on clipse un couvercle circulaire. Le couvercle est percé d’un orifice. Dans les anciens modèles, une masselotte (soupape) est posée sur cet orifice (Figure 1). Lorsque la pression dans l’autocuiseur est inférieure à une valeur fixée p_0 , la masselotte reste en place. Dès que la pression à l’intérieur de l’autocuiseur dépasse p_0 , la masselotte se soulève et permet à la vapeur de s’échapper; la pression est alors automatiquement ramenée à p_0 . On note D et d les diamètres de la cuve et de l’orifice. La pression atmosphérique est notée p_{atm} . L’accélération de la pesanteur est notée g .

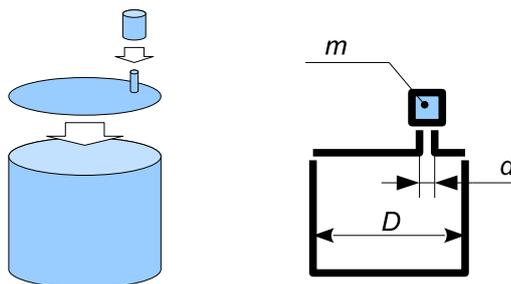


Figure 1: Autocuiseur. Schéma de principe. Vue en perspective (gauche), vue en coupe (droite).

1. Donner l’expression de la force exercée sur le couvercle lorsque la pression de fonctionnement p_0 est atteinte (cette force sert à dimensionner les attaches du couvercle). Attention: ne pas oublier que la pression atmosphérique règne au-dessus du couvercle.
2. Déterminer l’expression de la masse m de la masselotte qui permettra d’atteindre la pression de fonctionnement p_0 .
3. Application numérique: $D = 25\text{cm}$, $d = 2\text{mm}$, $g = 9,81\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, $p_0 = 2\text{bar}$, $p_{\text{atm}} = 1\text{bar}$
4. On pose par mégarde un ustensile de cuisine (masse 100g) sur la soupape. Quelle va être la valeur atteinte par la pression à l’intérieur de l’autocuiseur avant que la soupape puisse se soulever? Quelle sera la force exercée sur le couvercle?
5. Proposer un système de sécurité permettant d’éviter le problème ci-dessus.

2 Trajectoire d’une particule

Un fluide supposé parfait s’écoule dans le plan horizontal (on prendra $z = 0$ pour toute la suite du problème). Les composantes selon x et y du champ de vitesse sont données par

$$u = a \cos^2(\omega t) \quad (1a)$$

$$v = a \sin(\omega t) \quad (1b)$$

$$w = 0 \tag{1c}$$

où a et ω sont des constantes. A la date $t = 0$, la masse volumique du fluide est égale à ρ_0 en tout point.

1. Donner l'expression de la masse volumique ρ du fluide en tout point (x, y) à toute date $t > 0$.
2. En utilisant un argument très simple, montrer que les trajectoires des particules fluides ne peuvent former des courbes fermées.
3. Déterminer la trajectoire de la particule qui part du point $(0, 0)$ à $t = 0$. Quelle propriété particulière cette trajectoire présente-t-elle?
4. Représenter graphiquement l'allure de cette trajectoire dans le plan (x, y) pour $t = 4\frac{\pi}{\omega}$.
5. On note p_0 la valeur de la pression en $(x, y) = (0, 0)$. p_0 est supposée constante dans le temps. Donner l'expression de la pression $p(x, y, t)$ en tout point du fluide pour tout date $t > 0$.

Remarque: $\cos^2(\omega t) = \frac{1+\cos(2\omega t)}{2}$.

3 Filet d'eau

Un robinet situé à une hauteur h au-dessus du sol laisse couler un filet d'eau (Figure 2). Le régime est permanent, le débit volumique Q est donc constant. Le diamètre du robinet est noté D_0 .

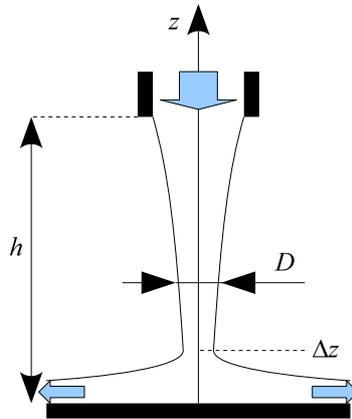


Figure 2: Filet d'eau sortant d'un robinet. Schéma de principe.

Pour simplifier les calculs, on fait les hypothèses suivantes:

- L'eau est considérée comme un fluide incompressible parfait, il n'y a donc aucun frottement sur la paroi du robinet.
- Par conséquent, la vitesse de l'écoulement est uniforme sur toute la section du jet, quelle que soit l'altitude.
- Au niveau du sol, le jet s'écoule radialement vers l'extérieur. L'épaisseur de cet écoulement radial est notée Δz . On suppose que Δz est très petit devant h . On peut faire l'hypothèse que dans cette région (pour $z < \Delta z$) le vecteur vitesse de l'eau est purement horizontal.

1. Exprimer la vitesse de l'eau en sortie du robinet en fonction de Q , D_0 et de tout autre paramètre que vous jugerez utile.
2. Donner l'expression du diamètre du jet D en fonction de l'altitude z (pour $\Delta z \leq z \leq h$).
3. En déduire l'expression de la force exercée par le jet sur le sol.
4. Faire l'application numérique pour les questions 1 et 3: $D_0 = 1\text{cm}$, $g = 9,81\text{m.s}^{-2}$, $h = 1\text{m}$, $Q = 1\text{L.s}^{-1}$, $\Delta z = 1\text{mm}$ $\rho = 1\text{kg.L}^{-1}$.
5. Le poids de l'eau contenue dans le filet joue-t-il un rôle important dans la valeur numérique de cette force?