

STE3 2015/16 - MdF - Exam n°1

Durée: 1h30

Documents et moyens de calcul autorisés: aide-mémoire A4 recto-verso + calculatrice

1 Montgolfière

Une montgolfière sphérique de rayon $R = 10$ m est gonflée à l'air chaud. On souhaite lui faire emporter une charge totale $m = 500$ kg (masse de la montgolfière, de la nacelle et de l'appareillage comprises). On suppose que la masse volumique de l'air obéit à la loi des gaz parfaits sous une pression atmosphérique standard:

$$\rho(T) = \frac{\rho_0 T_0}{T} \quad (1)$$

où T est la température en Kelvin et les valeurs de référence sont $T_0 = 273$ K, $\rho_0 = 1.29$ kg.m⁻³. Rappel: 0°C = 273 K.

1. A quelle température minimale faut-il chauffer l'air à l'intérieur de la montgolfière pour qu'elle puisse décoller dans de l'air à 0°C (justifier votre réponse)?
2. Même question si la température ambiante est de 30°C.

2 Autocuiseur

Un autocuiseur (aussi appelé "cocotte-minute") permet d'accélérer la cuisson des aliments en chauffant l'eau à une température supérieure à 100°C. Ceci est possible en augmentant la pression à l'intérieur de l'autocuiseur. Celui-ci est constitué d'un corps cylindrique en métal sur lequel on clipse un couvercle circulaire. Le couvercle est percé d'un orifice. Dans les anciens modèles, une masselotte (soupape) est posée sur cet orifice (Figure 1). Lorsque la pression dans l'autocuiseur est inférieure à une valeur fixée p_0 , la masselotte reste en place. Dès que la pression à l'intérieur de l'autocuiseur dépasse p_0 , la masselotte se soulève et permet à la vapeur de s'échapper; la pression est alors automatiquement ramenée à p_0 . On note D et d les diamètres de la cuve et de l'orifice. La pression atmosphérique est notée p_{atm} . L'accélération de la pesanteur est notée g .

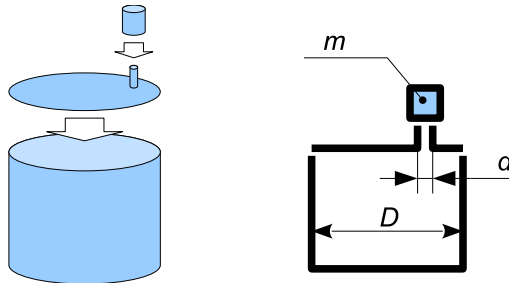


Figure 1: Autocuiseur. Schéma de principe. Vue en perspective (gauche), vue en coupe (droite).

1. Donner l'expression de la force exercée sur le couvercle lorsque la pression de fonctionnement p_0 est atteinte (cette force sert à dimensionner les attaches du couvercle). Attention: ne pas oublier que la pression atmosphérique règne au-dessus du couvercle.
2. Déterminer l'expression de la masse m de la masselotte qui permettra d'atteindre la pression de fonctionnement p_0 .

3. Application numérique: $D = 30\text{cm}$, $d = 2\text{mm}$, $g = 9,81\text{m.s}^{-2}$, $p_0 = 1,8\text{bar}$, $p_{\text{atm}} = 1\text{bar}$
4. On pose par mégarde un ustensile de cuisine (masse 100g) sur la soupape. Quelle va être la valeur atteinte par la pression à l'intérieur de l'autocuiseur avant que la soupape puisse se soulever? Quelle sera la force exercée sur le couvercle?
5. Proposer un système de sécurité permettant d'éviter le problème ci-dessus.

3 Mouvement d'une particule

On cherche à déterminer le mouvement d'une particule placée dans un champ de vitesse horizontal dont les composantes sont les suivantes:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a |\cos(\omega t)| \\ a \sin(\omega t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

où a et ω sont des constantes que l'on suppose connues. Ce champ de vitesse correspond à un écoulement dont la direction oscille avec une amplitude de 90 degrés par rapport à la direction x . A la date $t = 0$, la particule se trouve en (x_0, y_0) .

1. Représenter graphiquement les composantes u et v en fonction du temps. Vous préciserez notamment les expressions des dates t auxquelles u et v s'annulent.
2. Etape 1: pour $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2\omega}$,
 - (a) déterminer l'équation de la trajectoire,
 - (b) la représenter graphiquement en indiquant les coordonnées des points particuliers sur le schéma.
3. Etape 2: pour $\frac{\pi}{2\omega} \leq t \leq \frac{3\pi}{2\omega}$,
 - (a) déterminer l'équation de la trajectoire,
 - (b) la représenter graphiquement en indiquant les coordonnées des points particuliers sur le schéma.
4. Etape 3: pour $\frac{3\pi}{2\omega} \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$,
 - (a) déterminer l'équation de la trajectoire,
 - (b) la représenter graphiquement en indiquant les coordonnées des points particuliers sur le schéma.
5. Quelle va être l'allure de la trajectoire pour les dates ultérieures (justifier la réponse)?