

STE3 2019/20 - MdF - Examen n°1

Compétences examinées dans cet examen. Les compétences évaluées seront choisies dans la liste suivante (le temps imparti ne permet pas de les évaluer toutes).

- Compétence B (Basique) : un savoir-faire standard, acquis au cours de la matière ou auparavant, qui implique l'application directe de formules et/ou de définitions.
- Compétence M (Méthodologique) : la capacité à poser un problème en des termes qui rendent possible sa résolution, à choisir les outils qui permettent de le résoudre et à les enchaîner correctement.

n°	Type	Compétence
1	B	Expliquer un raisonnement de façon claire et concise, avec une syntaxe et une orthographe correctes
2	B	Faire une application numérique
3	B	Calculer un débit volumique et/ou massique
4	B	Calculer un débit de quantité de mouvement
5	B	Calculer une pression sous une certaine profondeur de liquide de masse volumique uniforme
6	B	Calculer la poussée d'Archimède exercée sur un corps
7	M	Déterminer un champ de pression dans un fluide statique dont la masse volumique obéit à une loi connue de l'altitude
8	M	Mettre en oeuvre le principe fondamental de la statique pour déterminer l'équilibre d'un corps flottant

1 Objet flottant

Une coupelle conique est remplie d'un liquide de masse volumique ρ_0 à une profondeur h_0 . On pose cette coupelle à la surface d'un liquide de masse volumique ρ . Elle flotte, avec une profondeur h à l'équilibre (Figure 1). Pour simplifier l'analyse, on considère que le poids de la coupelle est négligeable et que sa paroi est infiniment mince.

1. Donner la formule reliant h , h_0 , ρ et ρ_0 , exprimer h en fonction des autres variables.
2. Représenter schématiquement la position de la surface libre du liquide dans la coupelle par rapport à la surface libre de l'eau pour les deux cas suivants : $\rho_0 > \rho$ et $\rho_0 < \rho$.
3. On note p_0 la pression au sommet à l'intérieur de la coupelle, p_1 à la pression au sommet à l'extérieur (Figure 1, droite). Exprimer la différence $p_0 - p_1$ en fonction de g , h_0 , ρ , ρ_0 . Comment p_0 et p_1 se comparent-elles lorsque $\rho_0 > \rho$?

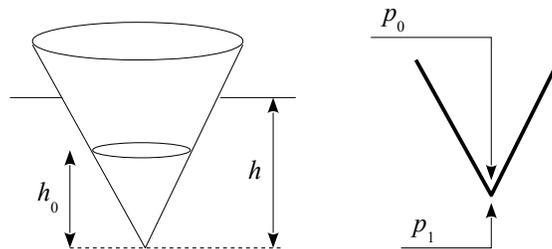


FIGURE 1 – Coupelle conique. Schéma de définition.

2 Fluide en écoulement

De l'eau chargée en sédiments coule dans un canal de forme triangulaire (Figure 2). Des mesures ponctuelles effectuées dans la section donnent les informations suivantes : la vitesse est colinéaire à l'axe x en tout point de la section, elle croît linéairement de zéro au fond pour atteindre u_{\max} à la surface libre. Du fait de la présence de sédiments, la masse volumique croît linéairement de ρ_0 à la surface à $\rho_0 + C_s$ au fond.

1. Donner l'expression du débit volumique Q en fonction de la profondeur h de l'écoulement. Faire l'application numérique pour les données du Tableau 1.
2. Donner l'expression du débit massique Q_m . Faire l'application numérique pour les valeurs données dans le Tableau 1.
3. Donner l'expression du débit de quantité de mouvement Q_{QdM} .
4. En supposant que la pression obéit à une distribution hydrostatique, donner l'expression de $p(z)$ (on prendra la pression atmosphérique comme référence, donc $p_{\text{atm}} = 0$).

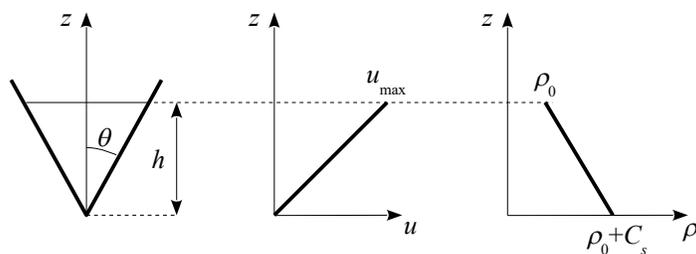


FIGURE 2 – Ecoulement dans une section triangulaire. Gauche : section vue en travers. Centre : profil de vitesse sur une verticale. Droite : profil de masse volumique sur la verticale.

Paramètre	Signification	Valeur numérique
C_s	Concentration en sédiment au fond de la section	0,1 kg/L
g	Accélération de la pesanteur	9,81 m.s ⁻²
h	Hauteur d'eau	3 m
u_{\max}	Vitesse de l'écoulement à la surface	1 m.s ⁻¹
θ	Angle entre les berges du canal et la verticale	45 °
ρ_0	Masse volumique de l'eau pure	1 kg/L

TABLE 1 – Paramètres du problème.