

STE3 2016/2017 - Examen MdF n°2

Durée : 1h 30 - aide-mémoire A4 RV + calculatrice autorisés

Compétences évaluées dans cet examen : (E = Essentielle, O = Opérationnelle).

Une compétence « Essentielle » (anciennement « Basique ») est une compétence dont on ne peut autoriser qu'elle ne soit pas maîtrisée. Une compétence « Opérationnelle » (anciennement « Complexe ») permet de juger du degré de maîtrise de la matière pour des calculs plus élaborés, qui font appel à un enchaînement de raisonnements et de résultats.

Nature	Compétence
E	Expliquer un raisonnement et rédiger de façon claire
E	Faire une application numérique
E	Mettre en oeuvre le principe de conservation de la masse en régime transitoire pour un fluide à ρ constant
E	Déterminer un débit volumique, massique et de quantité de mouvement
O	Quantifier les conséquences d'une approximation sur un résultat de calcul ou de formule
O	Combiner deux principes fondamentaux de conservation (masse, énergie, etc.) pour déterminer les caractéristiques (vitesse, etc.) d'un écoulement

1 Remplissage d'une retenue de barrage

Après construction d'un barrage, la retenue de celui-ci est remplie de façon naturelle par le cours d'eau qui débite en amont. Le barrage est situé dans une vallée de montagne, que l'on peut schématiser comme une pyramide inversée (Figure 1). Lorsque le barrage sera totalement rempli, la profondeur du plan d'eau sera H , sa largeur au niveau du barrage sera l et sa longueur sera L (voir Figure).

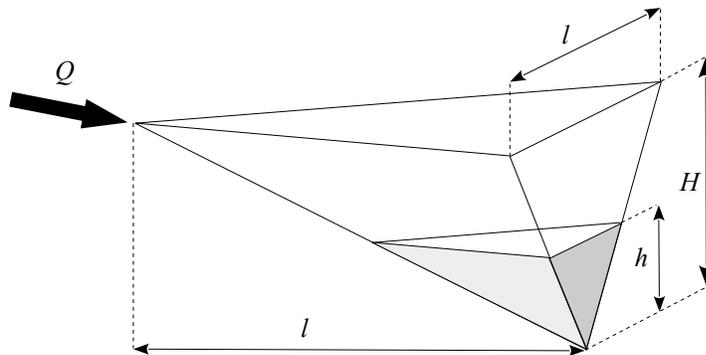


FIGURE 1 – Représentation schématique de la retenue.

A $t = 0$, on ferme les vannes à l'aval du barrage, qui ne laisse donc plus passer d'eau. Le débit Q du cours d'eau est supposé constant.

1. Donner (en la justifiant) la formule du volume stocké V en fonction de H , L , l , du débit Q et de la date t . Vous préciserez notamment l'équation différentielle liant Q et V .
2. En déduire l'expression de la loi $h(t)$ de la hauteur d'eau au niveau du barrage.

- Application numérique : $H = 40$ m, $l = 200$ m, $L = 10$ km, $Q = 6$ m³.s⁻¹. Combien de temps faut-il pour remplir complètement le barrage? Quelle sera la hauteur d'eau après 10 jours de remplissage?

2 Débits

De l'eau (masse volumique ρ uniforme) circule à une profondeur H dans un canal rectangulaire de largeur L (Figure 2). On note x, y, z les coordonnées longitudinale, transversale et verticale. Q est le débit volumique, supposé constant. Le régime est supposé permanent, le fond et la surface libre sont horizontaux. Le champ de vitesse est donc horizontal ($v = w = 0$). On suppose aussi que la vitesse u selon x ne dépend que de la coordonnée verticale z . Le fond du canal étant envahi de végétation, le profil de vitesse $u(z)$ n'est pas uniforme : u croît linéairement entre le fond et une hauteur αH (α étant compris entre 0 et 1). Au-delà, u est constante, égale à u_{\max} (Figure 2, droite).

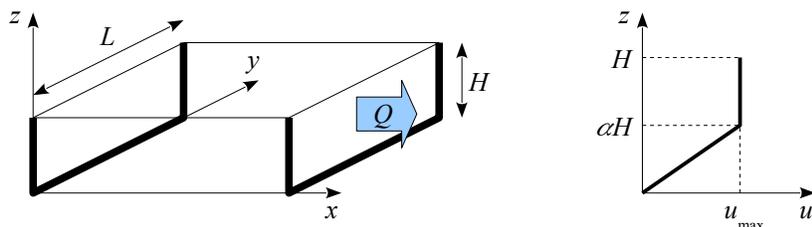


FIGURE 2 – Ecoulement dans un canal. Gauche : vue de profil. Droite : profil de vitesse selon la verticale.

- Donner l'expression de Q en fonction de H, L, u_{\max} et α .
- En tirer l'expression de la vitesse moyenne en fonction de u_{\max} et α .
- Donner l'expression du débit de quantité de mouvement Q_{QdM} en fonction des mêmes paramètres.
- Quelle expression obtiendrait-on pour Q_{QdM} si l'on supposait que la vitesse est uniforme sur la section? De combien se tromperait-on par rapport à la formule exacte du 3) dans le cas où $\alpha = 1$?

3 Dimensionnement d'un passage sous remblai routier

Lorsque l'on construit une route/autoroute en remblai dans la plaine d'inondation d'un cours d'eau, la réglementation impose de concevoir le remblai de façon à assurer la « transparence hydraulique » : en cas d'inondation, le remblai doit occasionner une obstruction minimale de l'écoulement..

On considère la situation suivante : une route est construite en remblai par rapport au terrain naturel. Pour laisser s'écouler l'eau en cas d'inondation, on aménage sous cette route un passage (ou orifice) de hauteur h et de largeur L (Figure 3). L'objectif est de dimensionner ce passage pour qu'il permette d'évacuer un débit Q connu.

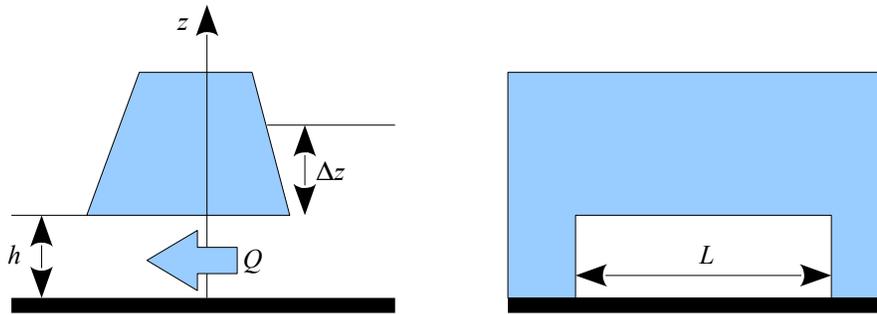


FIGURE 3 – Passage sous un remblai routier. Gauche : vue en coupe. Droite : vue de face.

Les hypothèses sont les suivantes :

- en amont du remblai, la vitesse de l'eau peut être considérée comme négligeable,
- l'eau sort par l'orifice de façon horizontale, la section de l'orifice est totalement remplie par l'eau, la vitesse de l'eau est uniforme sur toute la section de passage,
- la pression atmosphérique règne à la surface de l'eau de chaque côté du remblai,
- on considère la situation de régime permanent.

L'obligation de transparence hydraulique impose que la hauteur d'eau Δz au-dessus de l'orifice du côté amont du remblai ne soit pas trop élevée. Une valeur trop élevée de Δz risque en outre de déstabiliser le remblai.

1. Déterminer l'expression qui relie le débit Q à $h, L, \Delta z$ et l'accélération g de la pesanteur.
2. On ne souhaite pas que Δz dépasse 25 cm. Si $h = 3$ m et $L = 25$ m, quel débit Q est-il possible de faire transiter par l'orifice ?
3. A l'inverse, quelle devrait être la largeur L pour faire passer un débit $Q = 150 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ avec $h = 3$ m, toujours pour $\Delta z = 25$ cm ?