

STE 3 2014/2015 - Examen MdF n°2

Durée : 1h30

Documents autorisés : aide-mémoire A4 recto-verso à rendre avec votre copie.

Moyens de calcul autorisés : calculatrice

1 Clepsydre

L'idée de la clepsydre est attribuée aux Egyptiens antiques (1400 av. J-C). Le temps est mesuré de façon indirecte en suivant la variation du niveau dans un récipient percé (Figure1). Le débit de sortie dépendant de la hauteur d'eau contenue dans le récipient, le débit n'était pas constant et les clepsydras étaient des instruments peu précis. La technologie actuelle permet de réaliser des formes géométriques avec une grande précision et ainsi d'améliorer grandement la précision du dispositif.

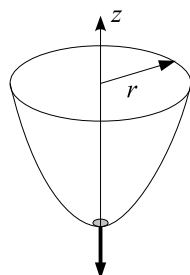


FIGURE 1 – Clepsydre à surface libre.

On vous demande de réaliser une clepsydre qui soit linéaire, c'est-à-dire que la hauteur d'eau dans le récipient doit baisser à une vitesse constante. Vous disposez d'une imprimante 3D qui peut réaliser des objets circulaires. Quelle est la loi $r(z)$ qu'il faudra donner à l'imprimante 3D pour réaliser cette clepsydre linéaire ?

2 Hydroéjecteur

Un hydroéjecteur est un dispositif de pompage sans pièce mobile (Figure2) utilisant l'effet Venturi. On souhaite pomper de l'eau dans un plan d'eau à surface libre par la canalisation [AC]. Pour cela, il faut créer en C une dépression qui aspire l'eau vers le haut dans [AC]. Cette dépression est obtenue en injectant de l'eau à un débit Q_B à l'amont du Venturi (point B). Si le débit d'injection est suffisamment important et la section du col suffisamment petite, la dépression sera suffisante et l'eau sera aspirée de A pour être éjectée en sortie (point D). L'eau sort en D à la pression atmosphérique. On peut raisonnablement faire l'hypothèse que la vitesse de sortie en D est uniforme sur la section. Les dimensions du dispositif sont connues. On note S_A, S_B, S_C , et S_D les sections aux points A, B, C et D.

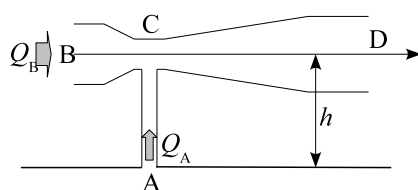


FIGURE 2 – Hydroéjecteur.

1. Quelle est la relation entre le débit injecté Q_B , le débit aspiré Q_A et le débit total éjecté Q_D ?
2. On note h la hauteur du col au-dessus du plan d'eau. Exprimer, en fonction de la pression atmosphérique p_{atm} , de l'accélération de la pesanteur g , de la masse volumique du fluide ρ , la condition que doit vérifier la pression p_C au col pour que l'aspiration se déclenche.
3. On suppose que le dispositif est en marche et que le débit Q_A est non nul. Le débit Q_B est connu. En appliquant le théorème de Bernoulli entre A et D, montrer que le débit Q_A vérifie une équation du second degré, dont vous donnerez la solution.
4. En déduire que, pour que le dispositif puisse fonctionner, l'une des deux sections S_A et S_D est nécessairement plus petite que l'autre. Laquelle des deux est nécessairement la plus petite ?

3 Poussée sur un barrage

On souhaite implanter un barrage dans une vallée de montagne. Les flancs gauche et droit de la vallée forment respectivement un angle θ_1 et θ_2 avec la verticale (Figure 3).

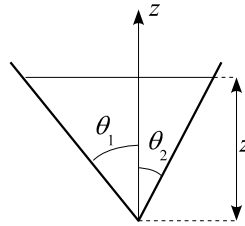


FIGURE 3 – Barrage dans une vallée de montagne (vue de face). Géométrie et notation.

1. Donner l'expression de la force de poussée sur le barrage pour une hauteur de remplissage h .
2. Donner l'expression de l'altitude du centre de poussée.
3. Application numérique : $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$, $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $h = 90 \text{ m}$.