

# STE 3 2014/2015 - Examen MdF n°1

Durée : 1h30

Documents autorisés : aide-mémoire A4 recto-verso à rendre avec votre copie (il contribuera à votre note).

Moyens de calcul autorisés : calculatrice

## 1 Stabilité d'ouvrage

On projette de construire un barrage dont la stabilité doit être assurée par son seul poids. Vu de profil, le barrage a la forme d'un triangle isocèle (Figure 1). On note respectivement  $D$  et  $H$  sa demi-largeur et sa hauteur. La profondeur de l'eau à l'amont est notée  $h$ . La masse volumique (uniforme) de l'eau est notée  $\rho$ , celle du barrage est notée  $\rho_b$ .

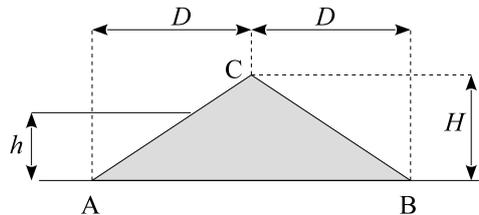


FIGURE 1 – Barrage. Représentation schématique en coupe longitudinale.

1. Donner l'expression de la pression  $p_A$  au point A (base du barrage du côté de la retenue) en fonction des données du problème. Vous préciserez en particulier si cette pression est comptée ou non par rapport à la pression atmosphérique.
2. Donner l'expression de la condition de non-soulèvement du barrage en fonction des données du problème. On note  $\beta$  le coefficient de sécurité. Vous vous placerez dans les conditions les plus contraignantes
  - (a) en supposant que la pression est uniforme, égale à  $p_A$  sous tout le barrage
  - (b) et en supposant de plus que le barrage est rempli au maximum, donc  $h = H$ .
3. En déduire une condition sur le rapport  $\rho_b/\rho$  qui garantira la stabilité au soulèvement.
4. Donner l'expression de la condition de non-basculement du barrage en fonction des données du problème (vous avez le droit de réutiliser, sans les redémontrer, les résultats déjà connus de position des centres de poussée).
5. En supposant que  $\rho$  et  $\rho_b$  sont connues, en déduire une condition sur le rapport  $H/D$  qui garantira la stabilité au basculement.
6. Pour les données du Tableau 1, faire l'application numérique des questions 1, 3 et 5 : calculer  $p_A$ , le rapport  $\rho_b/\rho$  nécessaire pour satisfaire la question 3 et en déduire le rapport  $H/D$  nécessaire pour garantir la condition de la question 6. Qu'en déduisez-vous sur la stabilité d'un tel barrage ?

Symbole	Signification	Valeur numérique
$D$	Demi-largeur du barrage	70 m
$g$	Accélération de la pesanteur	9,81 m.s <sup>-2</sup>
$H$	Hauteur du barrage	A déterminer
$\beta$	Coefficient de sécurité	2,5
$\rho$	Masse volumique de l'eau	10 <sup>3</sup> kg.m <sup>-3</sup>
$\rho_b$	Masse volumique du barrage	A déterminer

TABLE 1 – Stabilité d'ouvrage. Données du problème.

## 2 Calcul de débits

Un fluide de masse volumique  $\rho$  uniforme circule à l'horizontale entre deux parois formées par des plaques parallèles (Figure 2). La largeur des deux plaques (c'est-à-dire leur dimension dans la direction orthogonale à la figure) est notée  $l$ . Leur écartement est noté  $2L$ . On suppose que la masse volumique  $\rho$  du fluide est la même en tout point (fluide incompressible).

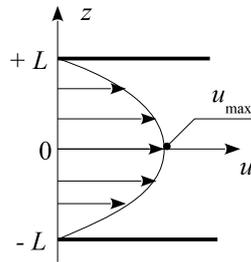


FIGURE 2 – Champ de vitesse entre deux parois parallèles. Vue de profil.

On fait l'hypothèse que la vitesse est parallèle à l'axe des  $x$  en tout point du fluide et qu'elle dépend uniquement de l'altitude  $z$ . En prenant l'origine de  $z$  à mi-distance entre les deux parois, on peut montrer que, pour des fluides dits Newtoniens, le profil de vitesse est parabolique, d'équation :

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u = \left[ 1 - \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right] u_{\max} \quad (1)$$

où  $u_{\max}$  est la vitesse maximale, obtenue à  $z = 0$ , c'est-à-dire à mi-distance des deux plaques (Figure 2).

1. Donner l'expression du débit volumique circulant entre les plaques en fonction de  $L$ ,  $l$  et  $u_{\max}$ .
2. En déduire directement l'expression du débit massique.
3. Donner l'expression du débit de quantité de mouvement en fonction de  $L$ ,  $l$ ,  $u_{\max}$  et  $\rho$ .
4. Donner l'expression de la vitesse moyenne entre les deux plaques (par définition, la vitesse moyenne est le débit divisé par la section).
5. Application numérique des questions précédentes :  $L = 5 \text{ cm}$ ,  $l = 10 \text{ cm}$ ,  $u_{\max} = 1 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ . Ne pas oublier de préciser les unités des grandeurs que vous calculez.

## 3 Barème prévisionnel

L'examen est noté sur 25 points ; il n'est donc pas nécessaire de le traiter entièrement pour avoir 20.

Question	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	Aide-mémoire
Points	1	6	1	3	2	2	2	1	3	1	2	1